



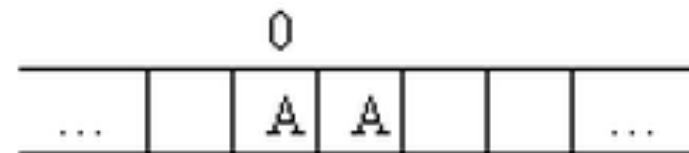
Fondamenti d'Informatica: Le Macchine di Turing

Barbara Re, Phd

Esercizio 1

- ▶ Consideriamo una MdT che modifica una sequenza di A rimpiazzando ogni A in posizione dispari con una B (la prima A ha posizione pari uguale allo stato 0)
- ▶ Una tale MdT può essere definita dal seguente insieme di regole e dalla seguente situazione iniziale:

- ▶ (0, A, I, A, dx)
- ▶ (I, A, 0, B, dx)
- ▶ (0, -, FINE, -, -)
- ▶ (I, -, FINE, -, -)



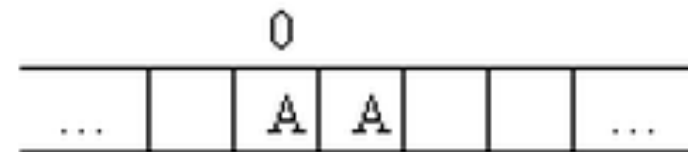
nastro iniziale

- ▶ Ci si chiede se la computazione termina e su quale output

Esercizio 2

- ▶ Consideriamo una MdT che modifica una sequenza di A rimpiazzando ogni A in posizione dispari con una B (la prima A ha posizione pari uguale allo stato q_0).
- ▶ Una tale MdT può essere definita dal seguente insieme di regole e dal seguente situazione iniziale:

- ▶ $(0, A, l, A, dx)$
- ▶ $(l, A, 0, A, sx)$



nastro iniziale

- ▶ Ci si chiede se la computazione termina e su quale output

Esercizio 3

- ▶ Dato un numero intero positivo n , $n \text{ div } 2$ è il quoziente della divisione di n per 2 (ad esempio, $6 \text{ div } 2 = 3$, mentre $9 \text{ div } 2 = 4$)
- ▶ Consideriamo il problema di programmare una macchina di Turing che, dato un nastro iniziale contenente una sequenza composta da nA consecutive (con $n > 1$), termina la sua esecuzione lasciando sul nastro la sequenza composta da $n \text{ div } 2 A$ consecutive

nastro iniziale	nastro finale
AAAA	AA
AAAAA	AA
AAA	A
AA	A

Esercizio 3 - idea

- ▶ Una MdT che risolva il problema in esame può ad esempio adottare la seguente strategia:
 1. Scorre la sequenza di ingresso, partendo dalla A più a sinistra;
 - a. se la sequenza di ingresso contiene una sola A, la cancella e si ferma;
 - b. se invece la sequenza di ingresso contiene almeno due A, le cancella entrambe e va ad aggiungere una A alla sequenza "di uscita", nella parte del nastro che si trova a destra della sequenza di ingresso.
 2. Quindi torna sulla cella più a sinistra di ciò che rimane della sequenza di ingresso e riparte da (1)

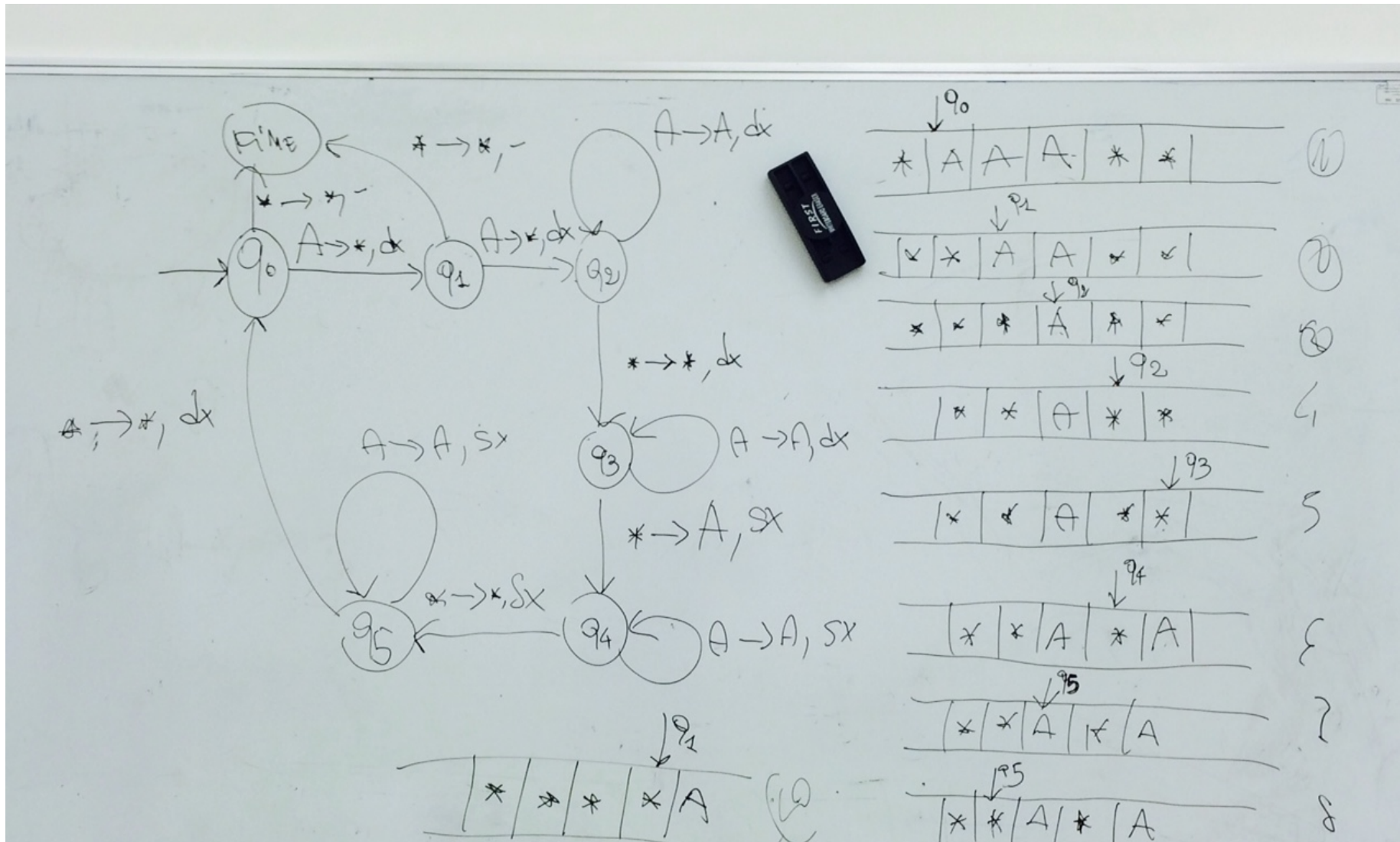
Esercizi 3 - Regole

(0, A, 1, -, dx)
(1, A, 2, -, dx)
(2, A, 2, A, dx)
(2, -, 3, -, dx)
(3, -, 4, A, sx)
(3, A, 3, A, dx)
(4, A, 4, A, sx)
(4, -, 5, -, sx)
(5, A, 5, A, sx)
(5, -, 0, -, dx)
(0, -, FINE, -, -)

(1, -, FINE, -, -)

- ▶ Lo stato 0 è utilizzato dalla macchina per cancellare la prima A dalla sequenza di ingresso, mentre lo stato 1 permette di cancellare la seconda A della sequenza, se esiste.
- ▶ Si noti che se la sequenza contiene soltanto una A allora la macchina si ferma nello stato 1 sulla cella vuota.
- ▶ Lo stato 2 permette di scorrere la parte rimanente della sequenza di ingresso, ovvero fino a quando non si incontra la cella vuota.
- ▶ A questo punto la macchina utilizza lo stato 3 per andare a scrivere una A a destra della sequenza "di uscita".
- ▶ Lo stato 4 serve quindi per ripercorre verso sinistra la sequenza di uscita
- ▶ Lo stato 5 permette di controllare se la sequenza di ingresso contiene ancora qualche A
- ▶ Se così è allora la macchina riporta la testina sul simbolo più a sinistra della sequenza di ingresso (stato 8) e riparte dallo stato 0, altrimenti la macchina si ferma nello stato F

esercizio 3



Esercizio 4

- Programmare una Macchina di Turing che, dato un nastro iniziale contenente la rappresentazione decimale di un numero intero positivo n (diverso da 0), termina la sua esecuzione lasciando sul nastro la rappresentazione decimale di n .

Esempi

nastro iniziale	nastro finale
431	43100
6	600

Esercizio 5

- Programmare una Macchina di Turing che, dato un nastro iniziale contenente una sequenza di A e B termina la sua esecuzione lasciando sul nastro una sola T se la sequenza iniziale contiene almeno una B, una sola F altrimenti.

Esempi

nastro iniziale	nastro finale
BABBAB	T
B	T
AAA	F

Esercizio 6

Programmare una Macchina di Turing che, dato un nastro iniziale contenente una sequenza di cifre decimali, termina la sua esecuzione lasciando sul nastro la sequenza che si ottiene eliminando tutte le cifre 0 alla sinistra della cifra diversa da 0 più a sinistra. Se la sequenza iniziale è composta da sole cifre 0, la macchina deve lasciare sul nastro un solo 0.

Esempi

nastro iniziale	nastro finale
00043	43
0000	0
00403	403
43	43

Esercizio 7 a

- ▶ Si vuole una macchina di Turing che scriva sul nastro S se una stringa di A e B è *palindroma*
- ▶ Una stringa è *palindroma* se può essere letta indifferentemente da destra a sinistra e viceversa
- ▶ Idea: si cancella un carattere ad un estremo e si cancella il corrispondente all'altro estremo. Quando il nastro è vuoto scriviamo S

Esercizio 7 b

- ▶ Una sequenza si dice palindroma se la sua lettura da sinistra verso destra è uguale alla sua lettura da destra verso sinistra. Programmare una Macchina di Turing che, dato un nastro iniziale contenente una sequenza di A e B, termina la sua esecuzione lasciando sul nastro la sola sequenza SI se la sequenza iniziale è palindroma, la sola sequenza NO altrimenti.

Esempi

nastro iniziale	nastro finale
ABABA	SI
ABBA	SI
BABBA	NO
A	SI

Esercizio 8

- Programmare una Macchina di Turing che, dato un nastro iniziale contenente una sequenza del tipo A^nB^m , con $n > 0$ e $m > 0$, termina la sua esecuzione lasciando sul nastro una sola A se $n > m$, una sola B se $m > n$, una sola C se $n = m$.

Esempi

nastro iniziale	nastro finale
AAAABB	A
AAABBBBB	B
AAABBB	C

Esercizio 9

- Programmare una Macchina di Turing che, dato un nastro iniziale contenente una sequenza di A e B , termina la sua esecuzione lasciando sul nastro la sequenza che si ottiene da quella iniziale rimpiazzando due o più A consecutive con una sola A e due o più B consecutive con una sola B.

Esempi

nastro iniziale	nastro finale
ABAABBBBA	ABABA
BBAABBBAB	BABAB
AAA	A
BB	B

Esercizi Vari

- ▶ Costruire la MdT che scrive sul nastro il nome della scuola (ITALIA). La sequenza di input è “IT”.
- ▶ Costruire la MdT che scrive sul nastro il nome di una delle persone che compongono il gruppo (esempio: Annachiara). La sequenza di input è composta da n numeri, dove n è pari al numero di lettere del nome (nell'esempio: $n=10$).
- ▶ Costruire la MdT che scrive sul nastro la somma di 2 cifre in ingresso. Le cifre in ingresso possono essere comprese tra 1 e 4: 1,2,3,4.